L.7.11 Sahline

A.S :2009/2010

Devoir de contrôle N°2

Classes 4ème sc

Durée: 2.h

Exercice N°1: (4 pts)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles.
Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte.
On demande de choisir cette réponse.

1/ La fonction $x \mapsto \dfrac{x}{\sin x}$ est une primitive sur $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$ de la fonction :

a) $x \mapsto \dfrac{x^2}{\cos x}$ b) $x \mapsto \dfrac{\sin x - x\cos x}{\sin^2(x)}$ c) $x \mapsto \dfrac{-2x^2}{\cos x}$

2/ La primitive sur $[0, +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{(2x+1)^2}$ qui s'annule en 0 est :

a) $x \mapsto \dfrac{-1}{2(2x+1)}$ b) $x \mapsto \dfrac{-1}{4x+2} + \dfrac{1}{2}$ $x \mapsto \dfrac{-1}{2(2x+1)^3} + \dfrac{1}{2}$

3/ Soit f une fonction définie sur IR et F la primitive de f qui vérifie F (0) = 2.

i) La primitive G de la fonction $g(x) = f(2x)$ qui vérifie G (0) = 2 est telle que G(x) est égal à :

a) F(2x) + 1 b) $\dfrac{1}{2}$F(2x) + 1 c) $\dfrac{1}{2}$F(2x)

ii) La primitive H de la fonction $h(x) = f(x+2)$ qui vérifie H (0) = 2 est la fonction :

a) $x \mapsto F(x+2)$ b) $x \mapsto F\left(\dfrac{1}{2}x^2 + x\right)$ c) $x \mapsto F(x+2) + 2 - F(2)$

Exercice N°3: (5 pts)

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
On donne les points $A(3,2,4); B(0,3,5); C(0,2,1)$ et $D(3,1,0)$

1/a) Montrer que ABCD est un parallélogramme
b) Calculer l'aire du parallélogramme ABCD
c) Donner une équation du plan P contenant le parallélogramme ABCD

2/ Soit le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}$

a) Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan P
b) Vérifier que E à pour cordonnées $(2, -2, 5)$
c) Calculer le volume du pyramide ABCDE

Exercice N°4: (5 pts)

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les points $A(0,1,-1);B(3,2,1)$ et $C(2,0,2)$

1/a) Vérifier que ABC est un triangle isocèle

b) Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

c) Donner une équation du plan (ABC)

2/ Soit $Q=\left\{ M\in\xi \text{ tel que}: \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{CA} \right\}$

a) Montrer que $M\in Q$ ssi $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0$

b) En déduire que Q est le plan médiateur de [BC]

c) Donner une équation du plan Q

3/ Soit $D(m+1,2m-3,2-2m)$; Déterminer m pour que la droit (AD) soit perpendiculaire au plan (ABC)

Exercice N°4(6 pts)

Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0=0 \\ U_{n+1}=\sqrt{3U_n+4} \quad ; n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1/a) Montrer que la suite U est majorée par 4

b) Montrer que U est strictement croissante

c) Déduire que U est convergente est calculer sa limite

2/a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$ on a : $0\leq 4-U_{n+1}\leq \frac{1}{2}(4-U_n)$

b) Déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$ on a : $0\leq 4-U_n\leq 4(\frac{1}{2})^n$

c) Retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on pose: $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n} U_k$

a) Montrer que $0\leq 4n-S_n\leq 4(1-(\frac{1}{2})^n)$

b) Déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$